Trilce
ACADEMIA

Curso:

GEOMETRÍA

Ciclo:

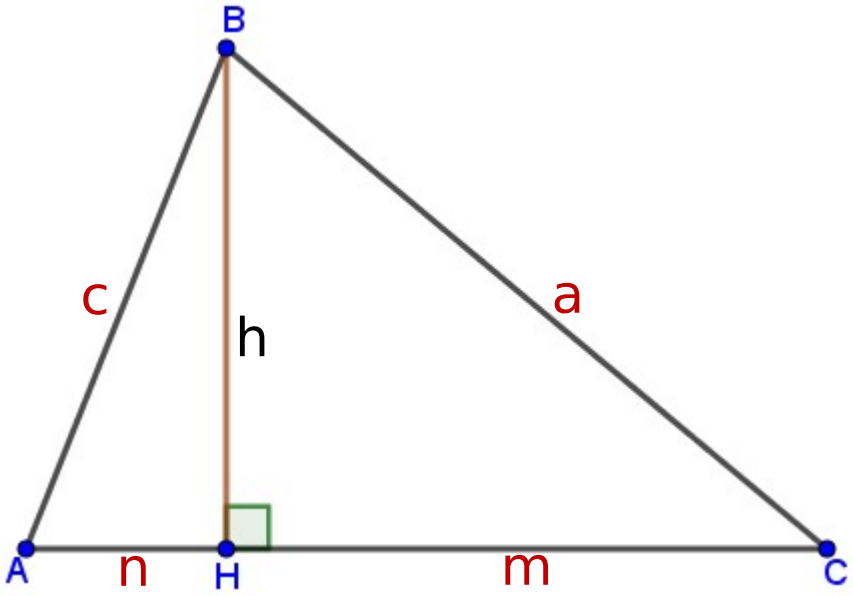
INTENSIVO – SAN MARCOS

Tema: **RELACIONES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO OBLICUÁNGULO**

Relaciones métricas en el triángulo oblicuángulo

Teorema de las proyecciones

ΔABC: Acutángulo

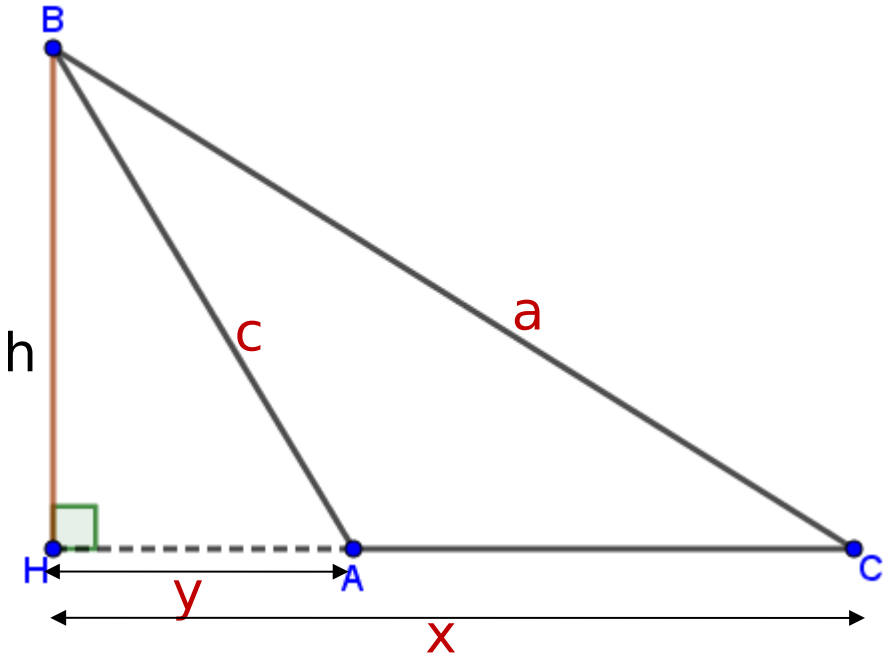


BHC: $a^2 = h^2 + m^2$

AHB: $c^2 = h^2 + n^2$

$$\boxed{a^2 - c^2 = m^2 - n^2}$$

ΔABC: Obtusángulo



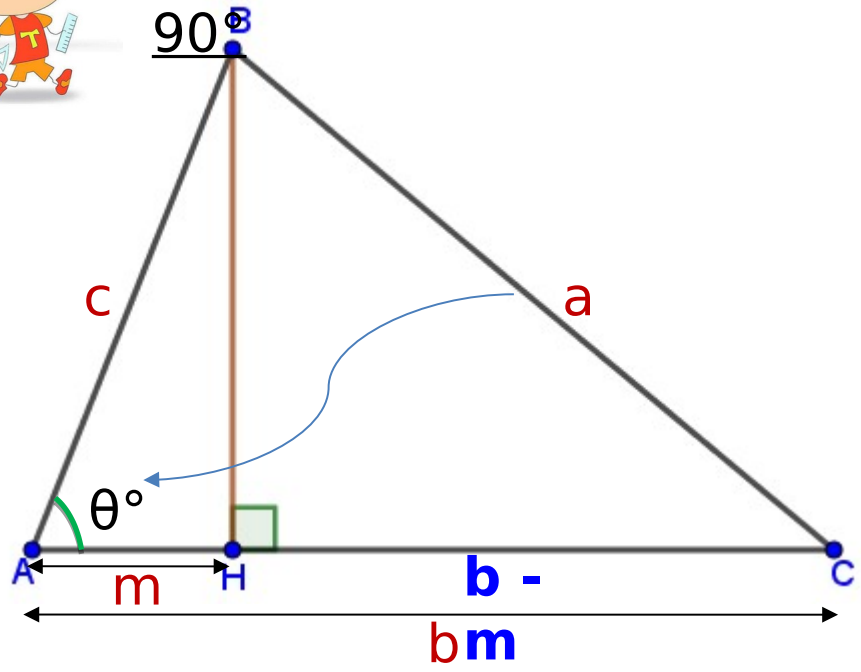
BHC: $a^2 = h^2 + x^2$

BHA: $c^2 = h^2 + y^2$

$$\boxed{a^2 - c^2 = x^2 - y^2}$$

Teorema de Euclides

1°) θ < 90°



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bm$$

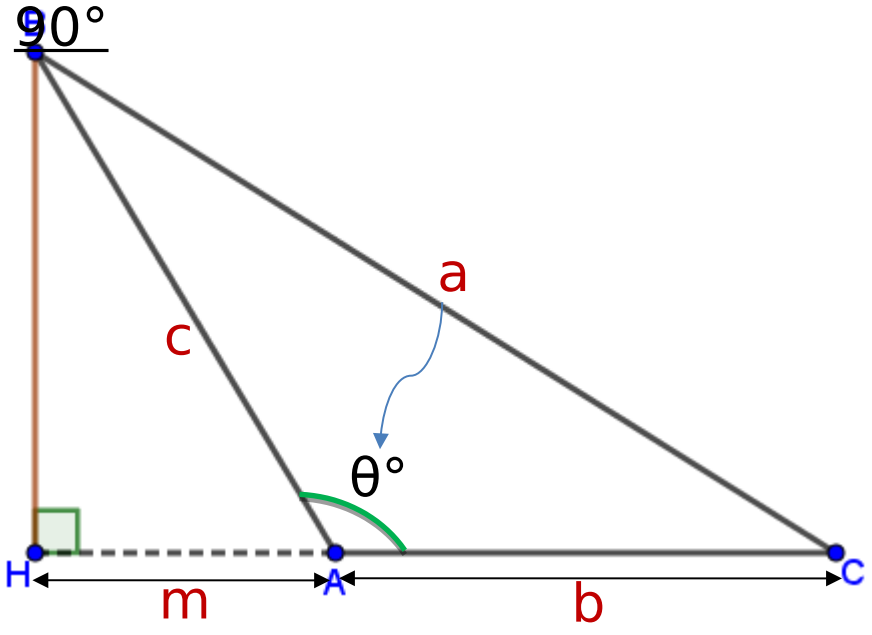
Prueba

Por teorema de proyecciones

$$a^2 - c^2 = (b - m)^2 - m^2$$

- 2bm

2°) θ > 90°



$$a^2 = b^2 + c^2 + 2\,bm$$

Prueba

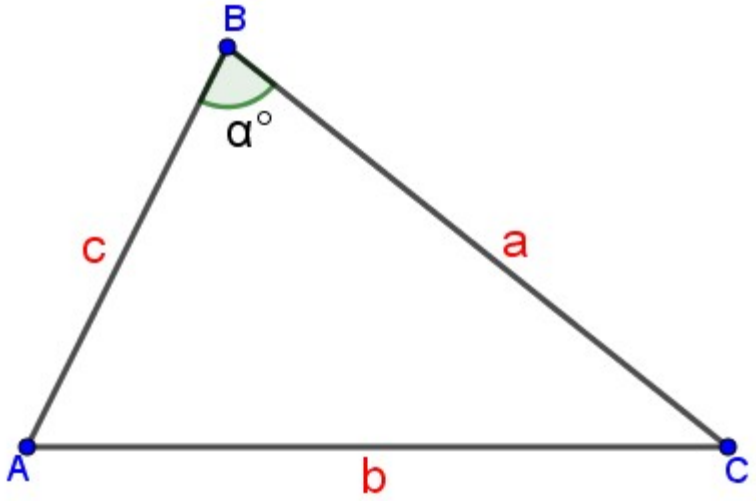
Por teorema de proyecciones

$$a^2 - c^2 = (b + m)^2 - m^2$$

2bm

Trilce ACADEMIA

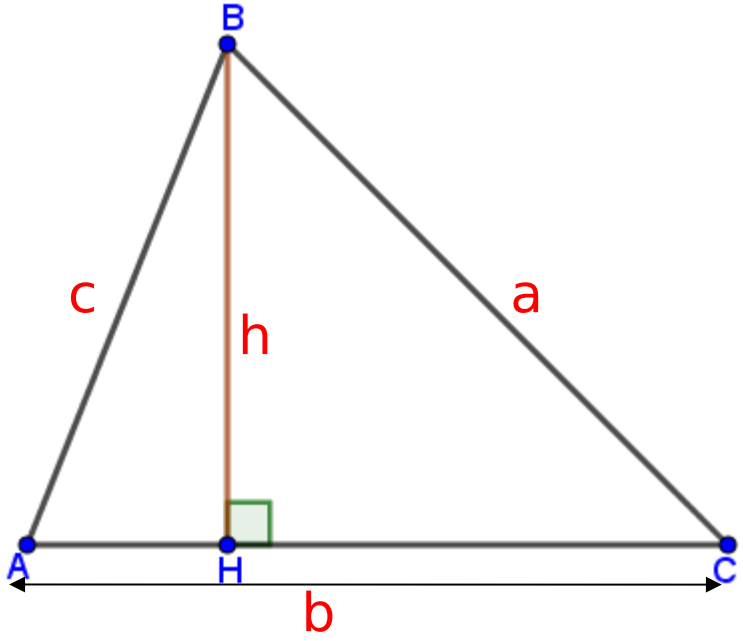
Teorema de cosenos



0 α° 180°

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 . a . c . \cos\alpha$$

Teorema de Herón

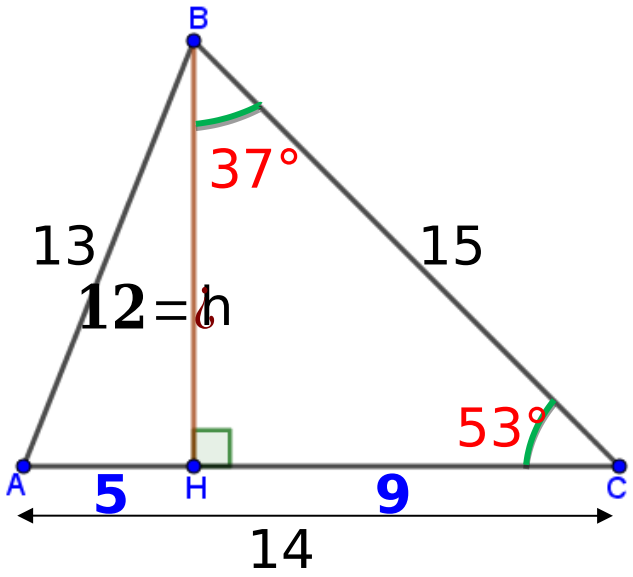


=

$$h = \frac{2}{b}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Trilce
ACADEMIA

Observación



$$= \qquad\qquad = \quad ¿21$$

$$h=\frac{2}{14}\sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$$

$$h=\frac{1}{7}\sqrt{21\,(8)(7)(6)}$$

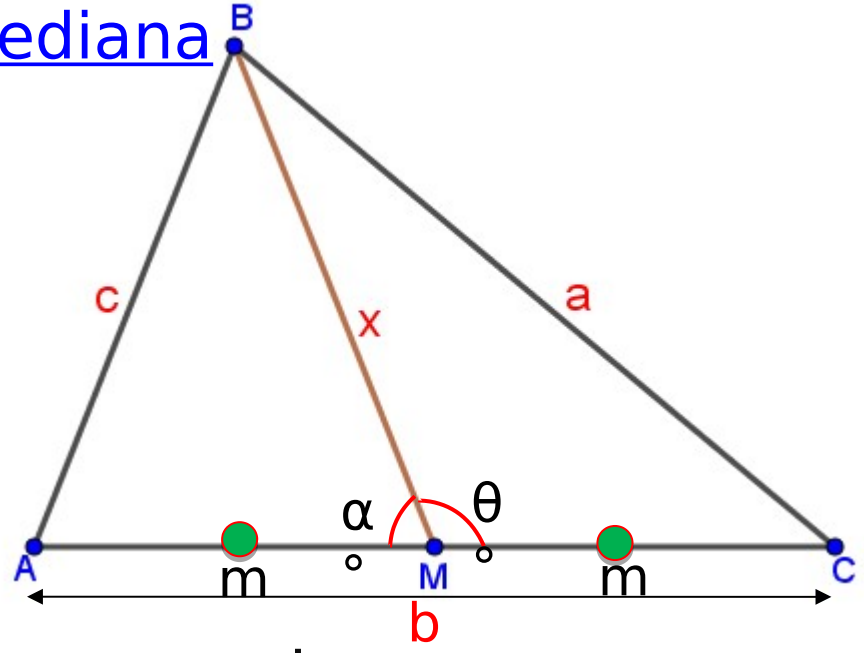
$7\,.3 \quad 4\,.2 \quad 3\,.2$

$$h=\frac{1}{7}\,.7\,.3\,.4$$

$$\boxed{h=12}$$

❖ La mayor altura para un triángulo es relativa al menor lado y viceversa.

Teorema del cálculo de la mediana



$\overline{BM}$: Mediana

$$\boxed{a^2+c^2=2x^2+\frac{b^2}{2}}$$

Prueba

α = 180°

cosα = -cosθ

m =

Teorema de cosenos: En el ΔABM

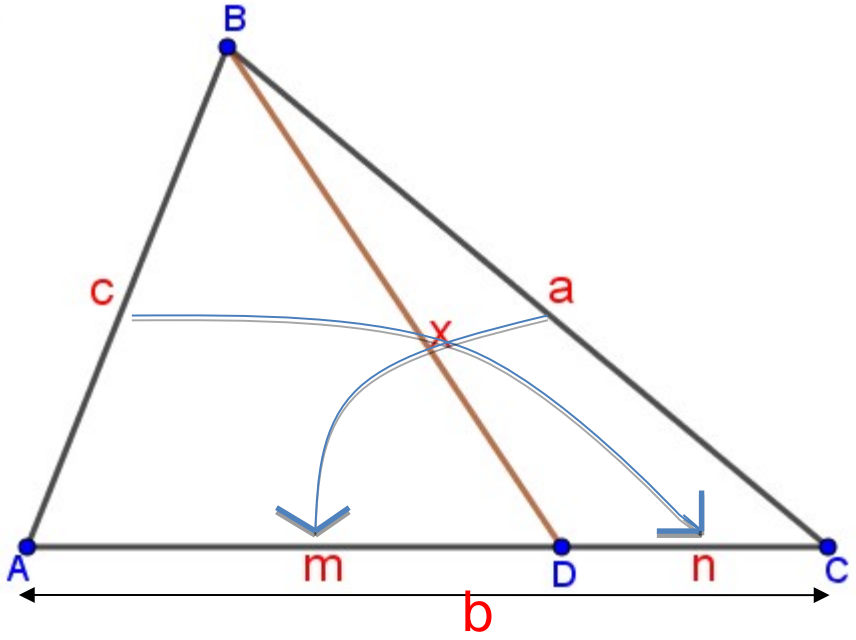
$$c^2=x^2+m^2-2\cancel{xm}.\overset{-}{\cos\alpha}$$

$$a^2=x^2+m^2-2\cancel{xm}.\cos\theta$$

+

❖ La mayor mediana para un triángulo es relativa al menor lado y viceversa.

Teorema de Stewart

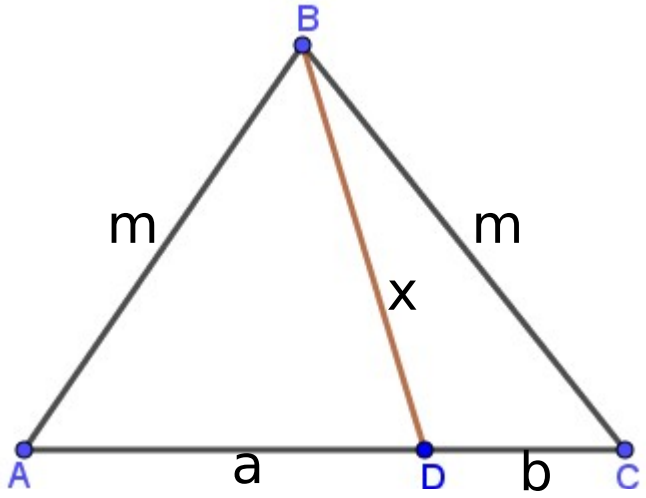


$\overline{BD}$: Ceviana

$$\boxed{a^2 . m + c^2 . n = x^2 . b + m . n . b}$$

Observación

Stewart en el triángulo

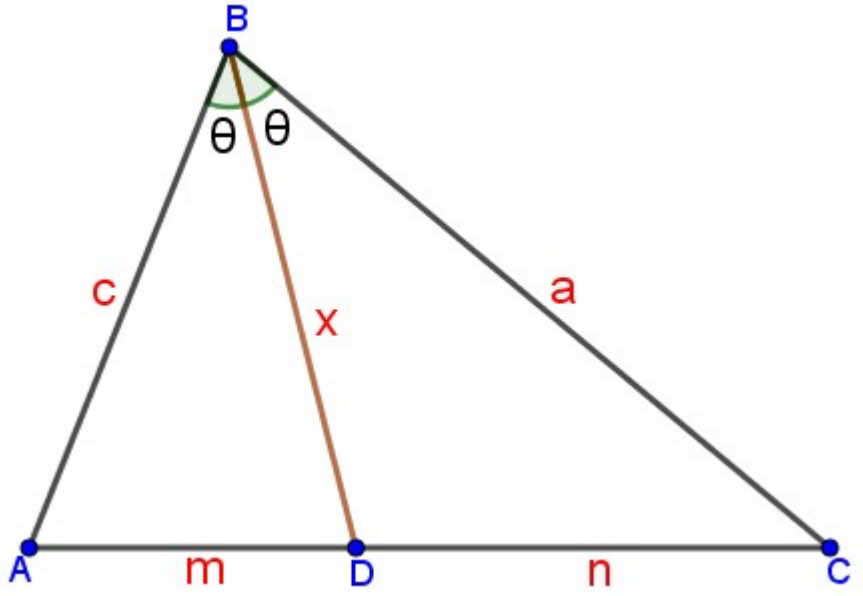


Se cumple:

$$\boxed{x^2 = m^2 - a . b}$$

Trilce
ACADEMIA

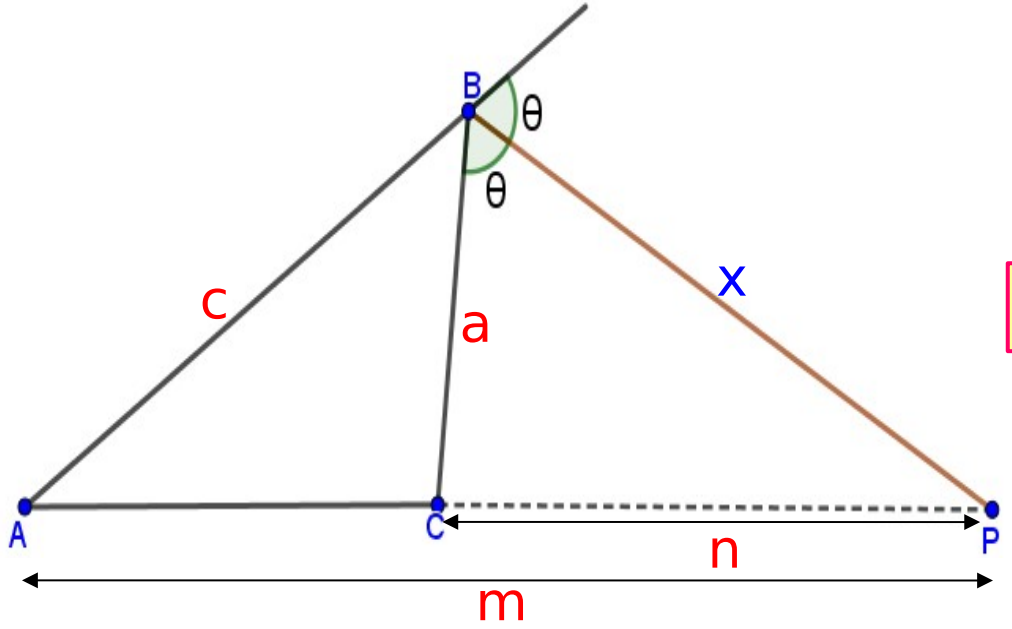
Teorema del cálculo de la bisectriz



Se cumple:

$$x^2 = a.c - m.n$$

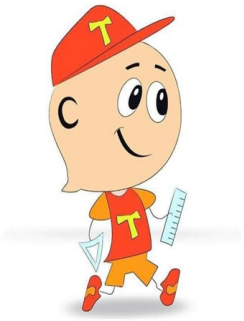
Teorema del cálculo de la bisectriz e



Se cumple:

$$x^2 = m.n - a.c$$

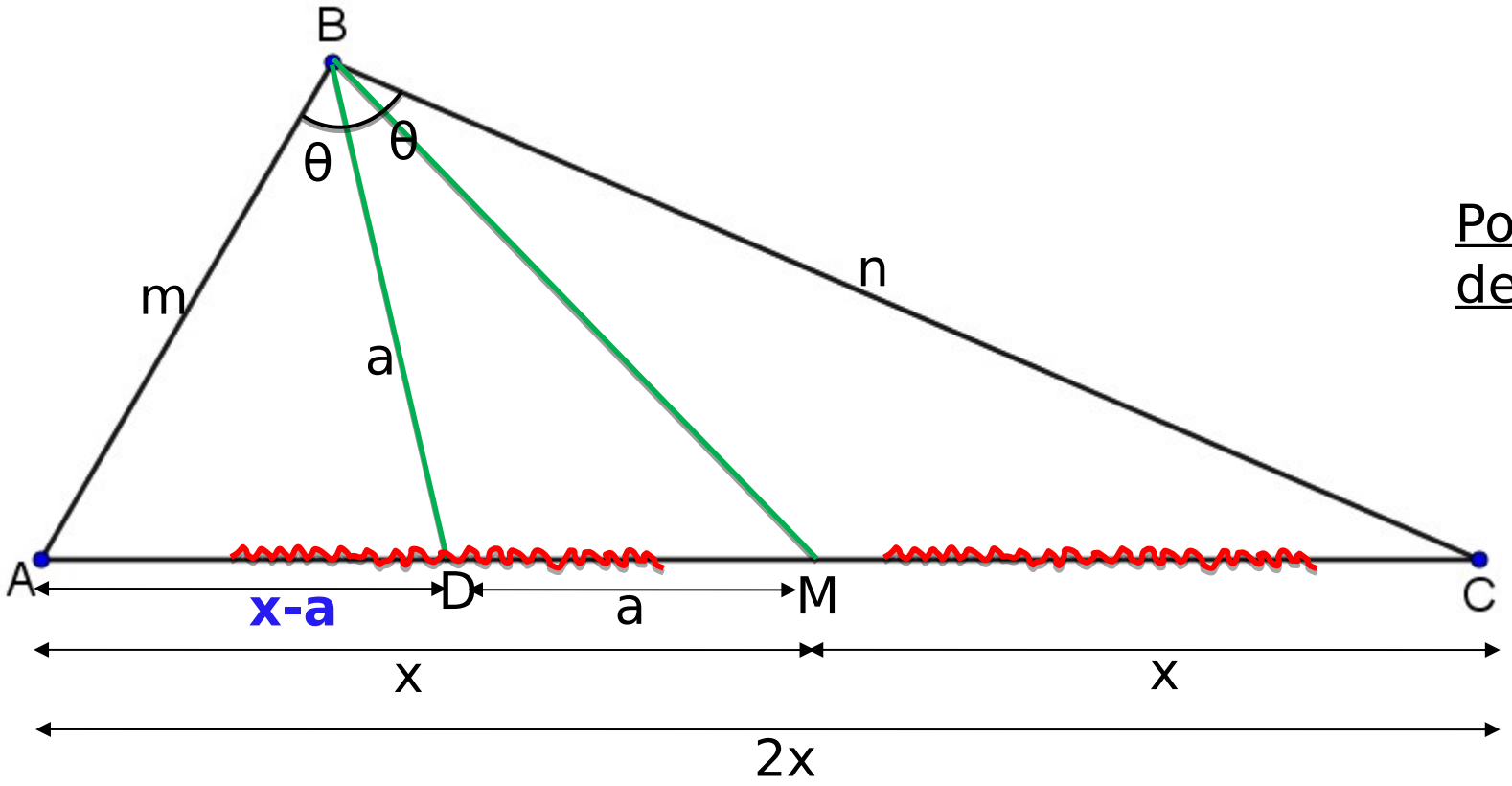
Trilce
ACADEMIA



PROBLEMA 25

En un triángulo ABC, se trazan la bisectriz interior BD y la mediana BM, tal que: BD = DM. Calcule: AC, si: (AB)(BC) = 144.

c)



RESOLUCIÓN

Dato

$$m.n=144$$

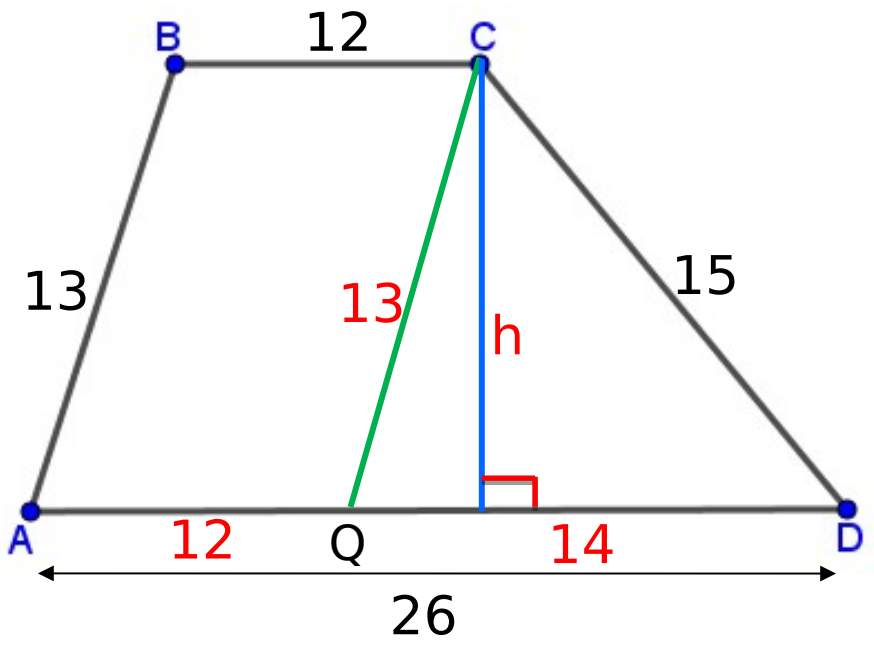
Por teorema del cálculo de la bisectriz interior:

$$\cancel{d^2}=144-x^2+\cancel{d^2}$$

$$\boxed{=12}$$

PROBLEMA 26

En un trapecio las bases miden 12u y 26u, los lados no paralelos miden 13 y 15u. Calcule la longitud de la altura del trapecio.



a) 10u b) 11u c) 12u
d) 13u

RESOLUCIÓN

Se traza: $\overline{CQ} \parallel \overline{AB}$

Luego: ABCQ es un paralelogramo.

$\rightarrow CQ = 13 \ \wedge \ AQ = 12$

Por teorema de Herón:
En el ΔQCD

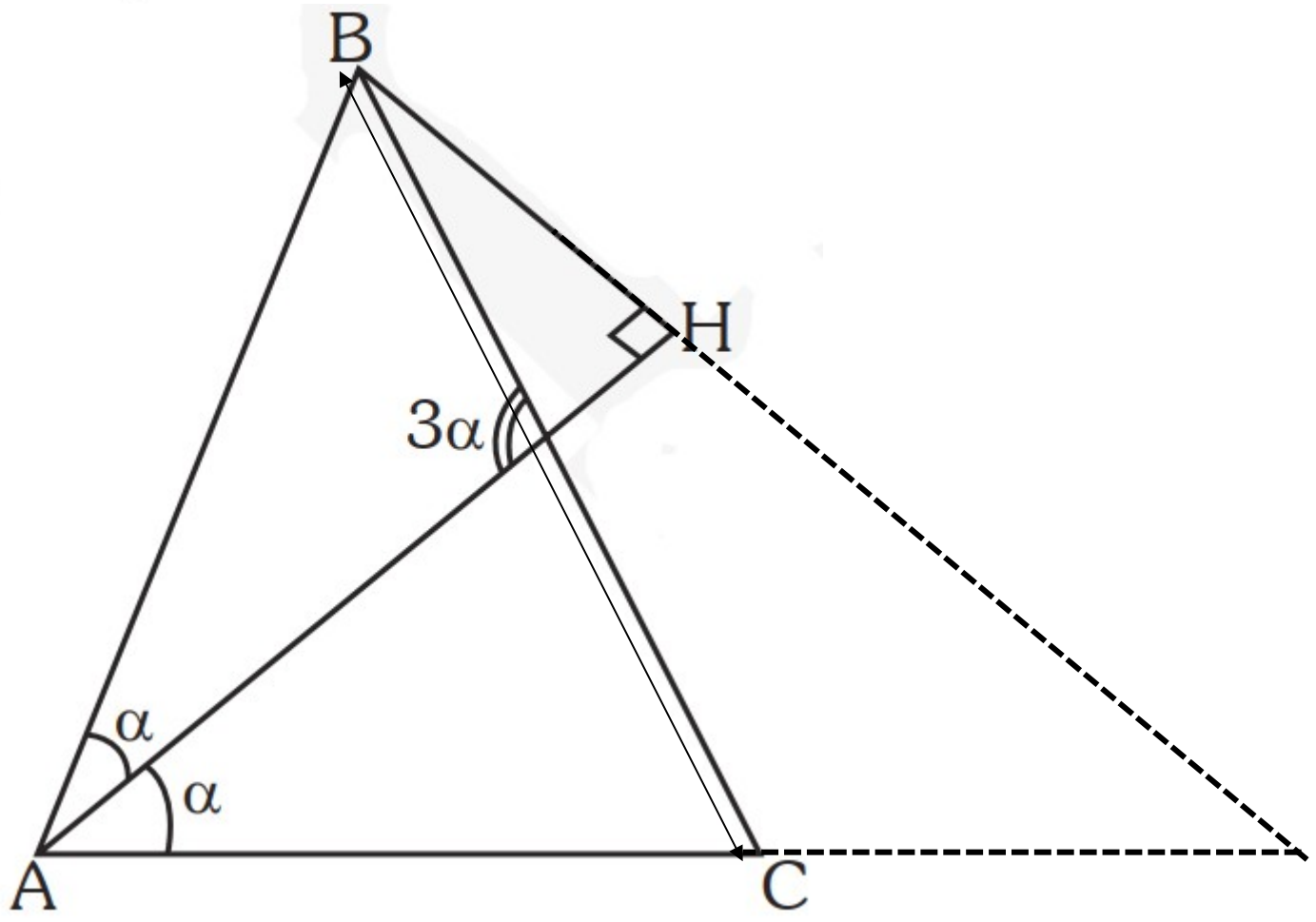
$\therefore h = 12$

Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 27

RESOLUCIÓN

Del gráfico, calcule AC, si AB=2(AC),
$BH = \sqrt{6}u$



a) 1u b) 2u c) u d) 3u

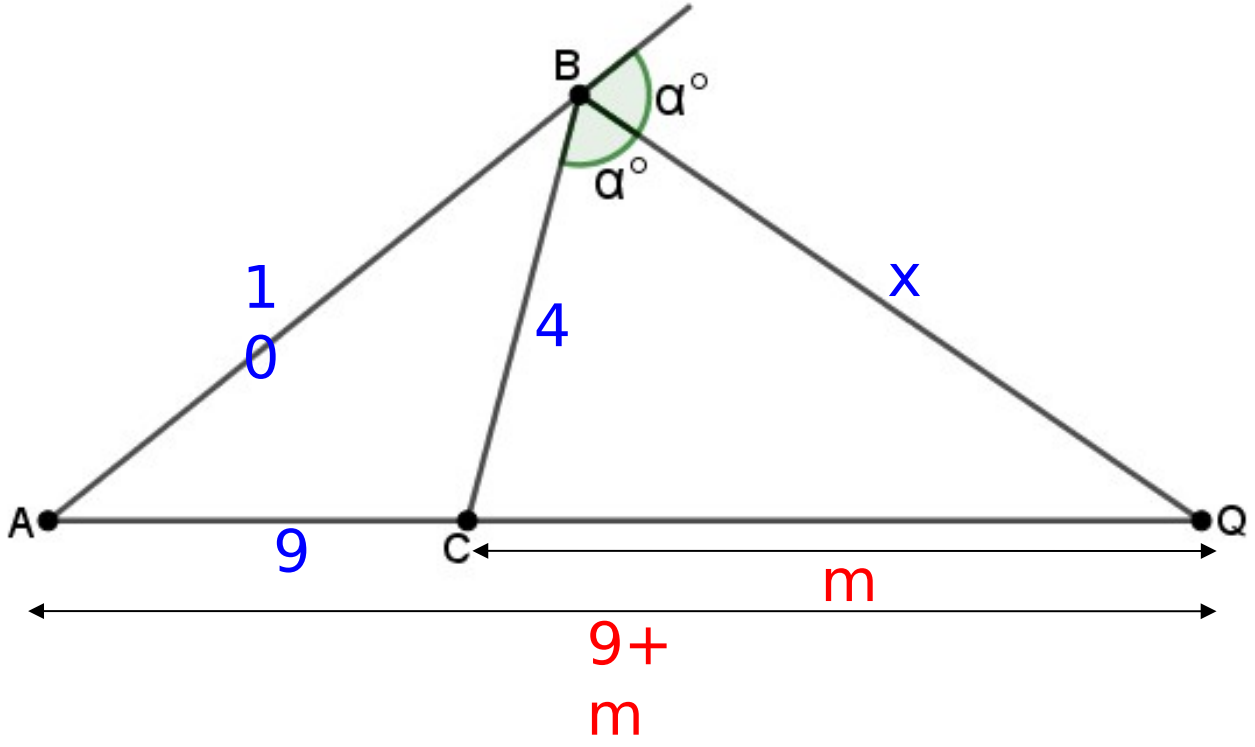
Trilce ACADEMIA

PROBLEMA 28

RESOLUCIÓN

En un triángulo ABC se tiene que AB=10u, BC=4u y AC=9u.
Calcule la longitud de la bisectriz exterior BQ (Q en la prolongación de $\overline{AC}$)

a) u b) u c) u d) 4u



Trilce
ACADEMIA

PROBLEMA 29

ADMISIÓN UNMSM - ÁREA: A

En una práctica de entrenamiento de fútbol, el entrenador ubica a cuatro jugadores en las posiciones P, A, B y C, tal como se muestra en la figura. Si PA = 35 m, AC = 40 m, PC = 45 m, A, B y C son colineales y el jugador ubicado en B equidista de los jugadores ubicados en A y C, halle la distancia que recorre el balón al desplazarse en línea recta desde P hacia B.

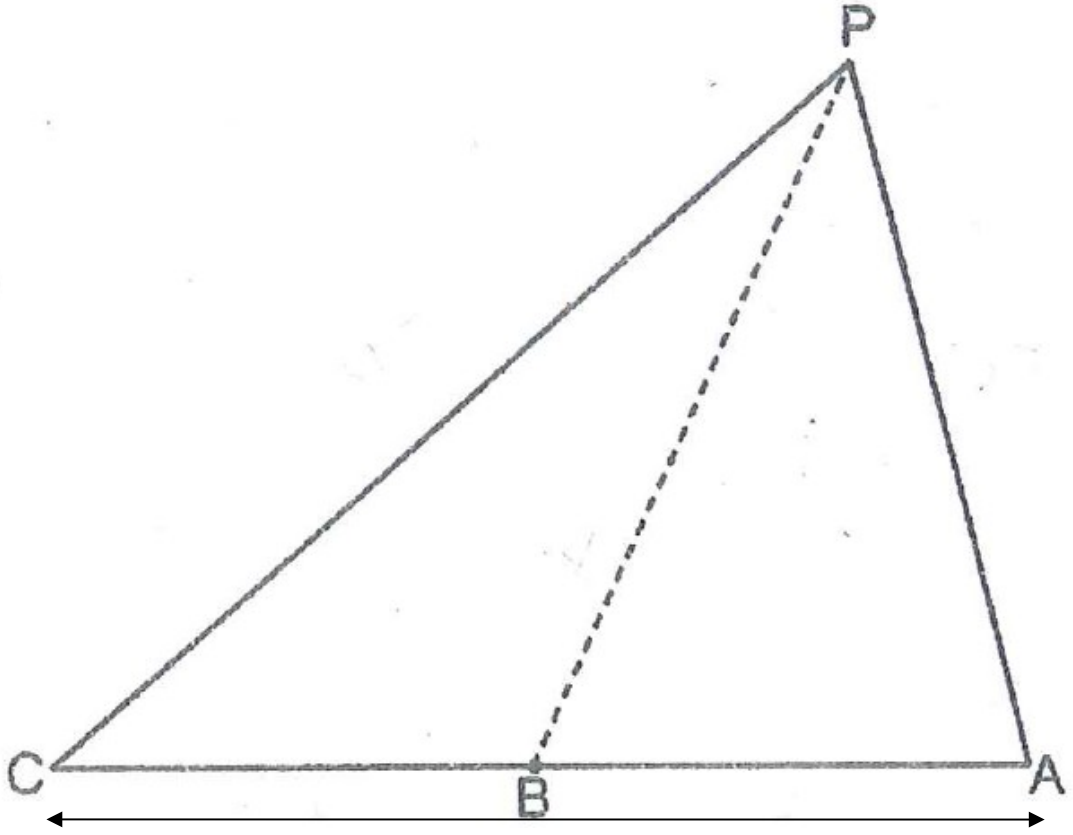
A) 30 m

B) 40 m

C) 35 m

D) 32 m

E) 38 m



PROBLEMA 30

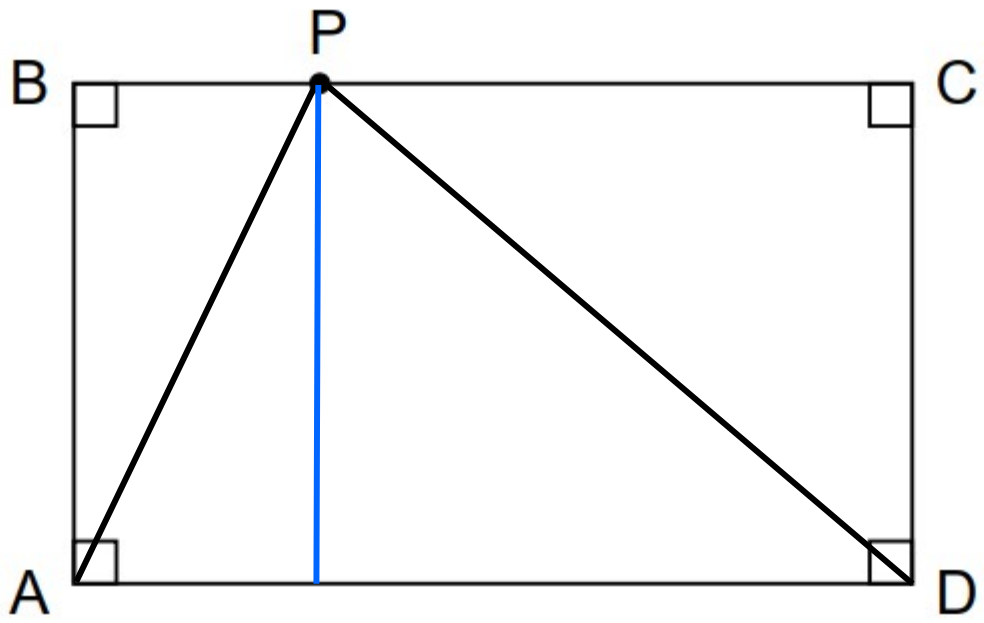
Un campesino se ubica en el punto P de su terreno de forma rectangular ABCD, como se muestra en la figura. Desde allí observa que la distancia a las esquinas A y D son de 13 m y 15 m respectivamente. En el cercado del largo del terreno, que mide 14 m, gasta S/70. ¿Cuánto se gastará en cercar los lados $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$?

A) S/ 100

B) S/ 120

C) S/ 160

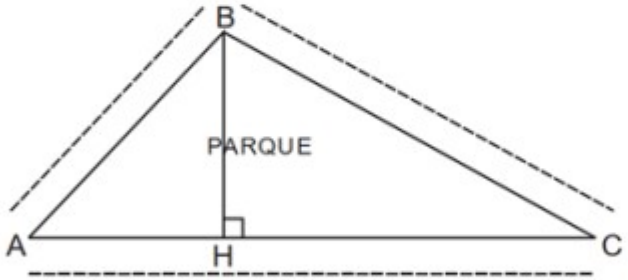
D) S/ 90



Trilce
ACADEMIA

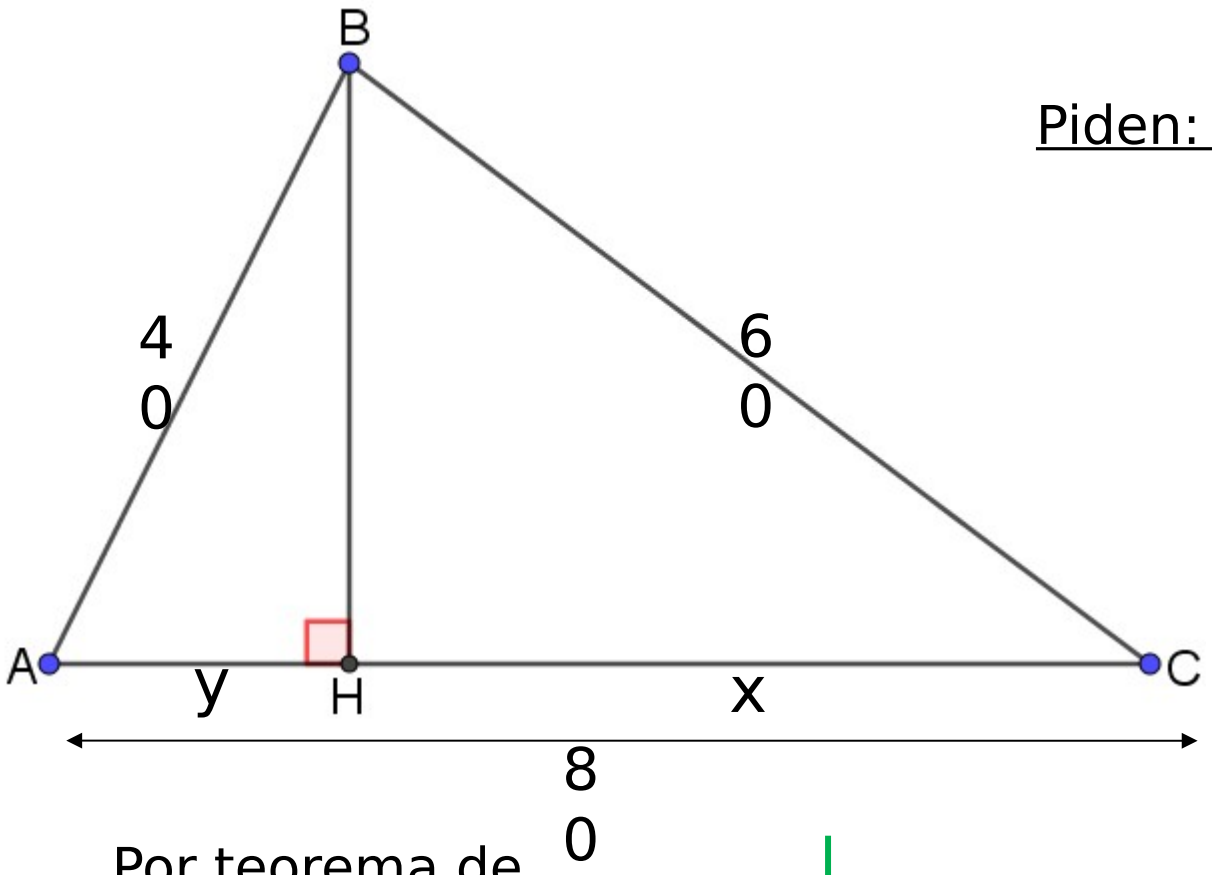
PROBLEMA 31

En la figura, el triángulo ABC representa el borde de un parque. En la esquina A se encuentra Ana y María, en la esquina C están Pedro y Javier. Ana con Javier acuerdan encontrarse en la esquina B. María y Pedro acuerdan darse el encuentro en el punto H. Si la distancia entre los punto A y C es 80 m; los recorridos de Ana y Javier son 40 m y 60 m respectivamente, calcule la diferencia del recorrido de Pedro y María.



A) 40 m
B) 35 m
C) 30 m
D) 25 m
E) 45 m

RESOLUCIÓN



Piden: x-y

Por teorema de las proyecciones:ΔAB

$$60^2 - 40^2 = x^2 - y^2$$

$$(100)(20) = (x+y)(x-y)$$

$$(20)(100) = (80)(x-y)$$

$$\boxed{\therefore x = 25}$$

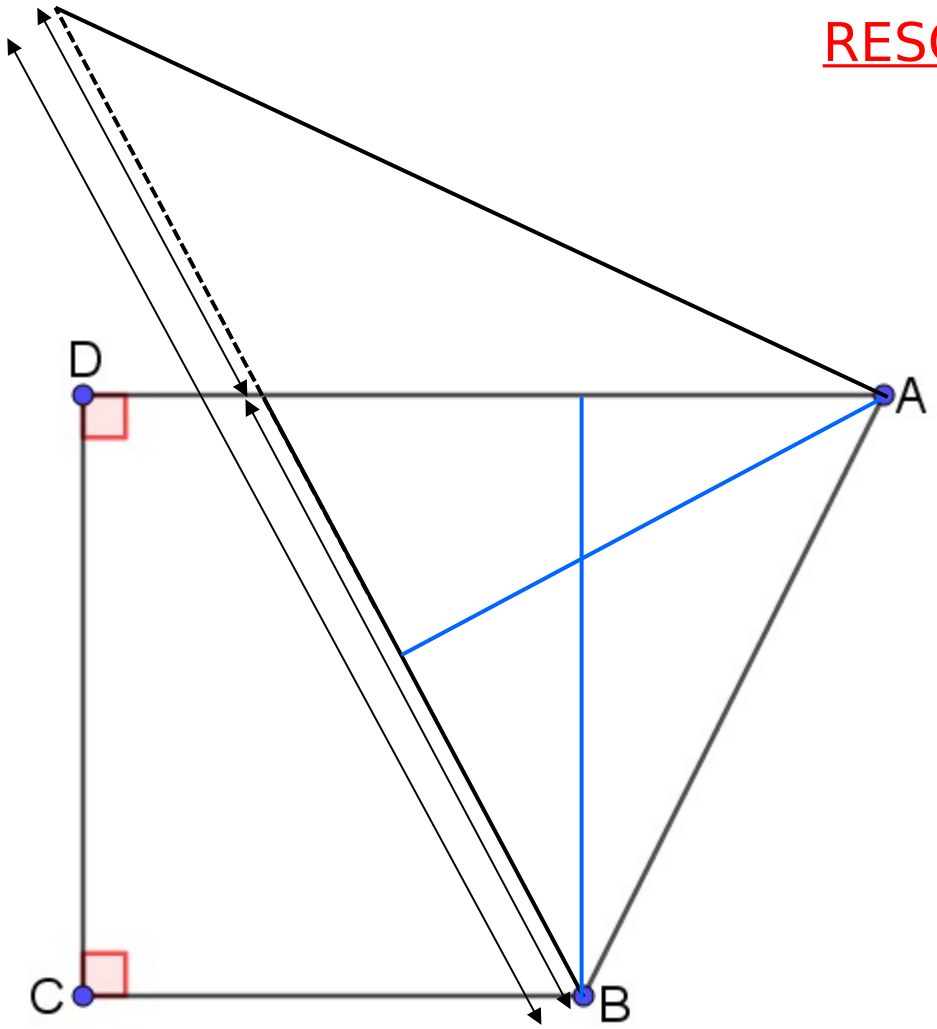
PROBLEMA 32

En un trapecio rectángulo ABCD, recto en C y D, se ubica Q en AD, $\overline{BQ}$ se prolonga hasta el punto S, tal que $m\measuredangle BAS = 90°$, $m\measuredangle QBC = m\measuredangle ABQ$, $BS = 6$ y $(AS)\cdot(CD) = 6$. Calcule QS.

a) $2\sqrt{3}$ b) $4\sqrt{3}$ c) $2\sqrt{6}$

d) $3\sqrt{6}$ e) $3\sqrt{2}$

RESOLUCIÓN



PROBLEMA 33

Una circunferencia $\mathscr{C}$ se encuentra inscrita en un cuadrado ABCD, la diagonal $\overline{AC}$ interseca a dicha circunferencia en P y Q ($P \in \overline{AQ}$) y $\mathscr{C} \cap \overline{BP} = \{L\}$. Calcule AL, si CD = ℓ.

a) $\ell\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{2}}{4}}$

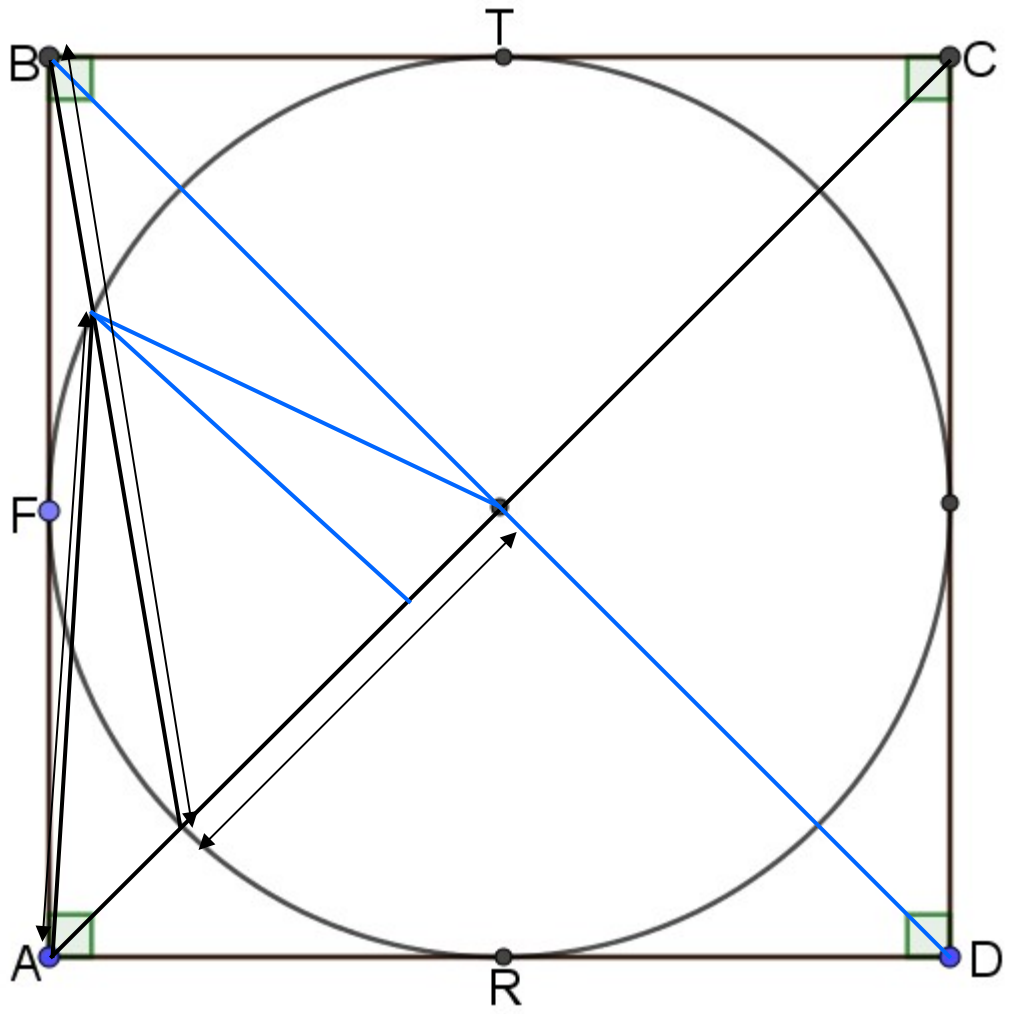
b) $\ell\sqrt{\dfrac{4-\sqrt{2}}{3}}$

c) $\ell\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{2}}{3}}$

d) $\ell\sqrt{\dfrac{4-\sqrt{2}}{4}}$

e) $\ell\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}}$

RESOLUCIÓN

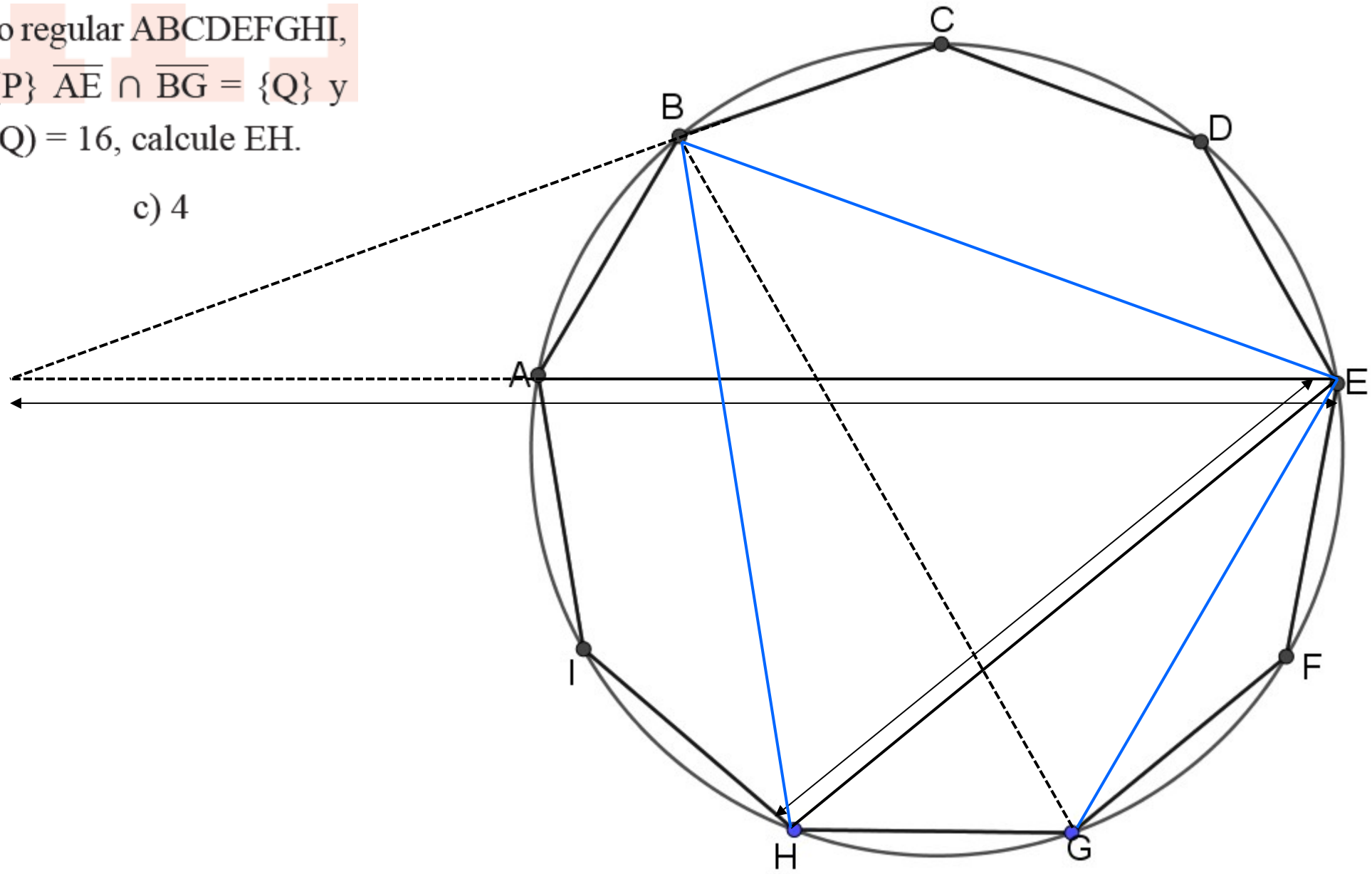


PROBLEMA 34

RESOLUCIÓN

Se tiene un nonágono regular ABCDEFGHI, si $\overleftrightarrow{BC} \cap \overleftrightarrow{AE} = \{P\}$ $\overline{AE} \cap \overline{BG} = \{Q\}$ y $(PE)(QG) - (PB)(AQ) = 16$, calcule EH.

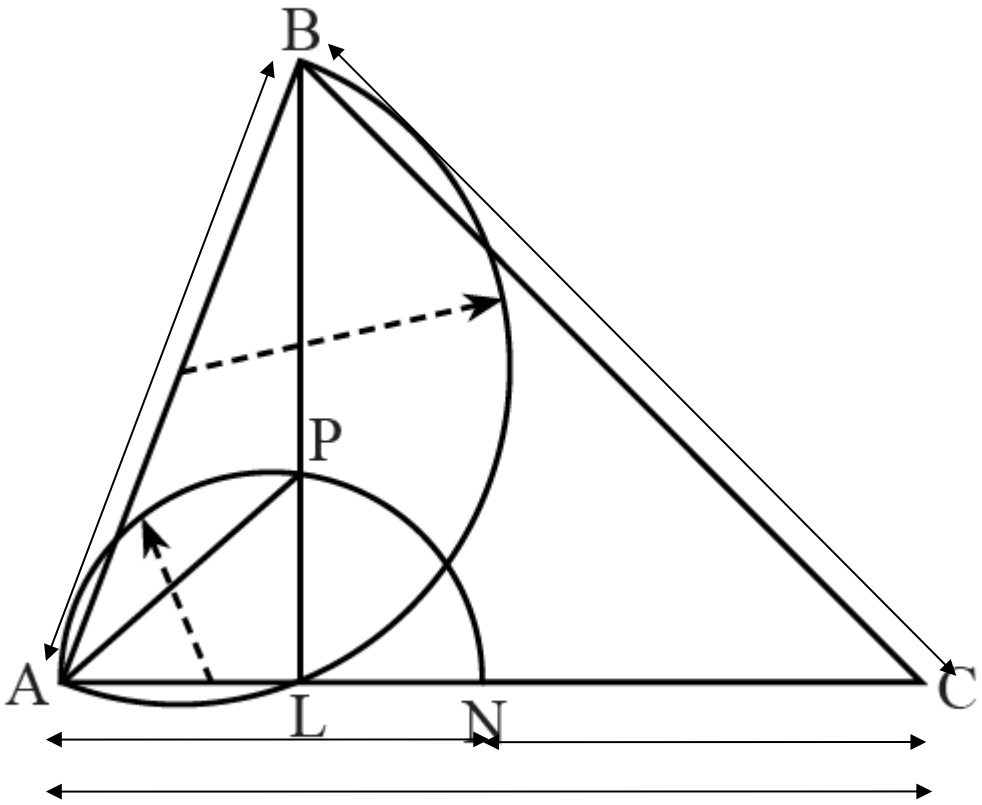
a) 2 b) 3 c) 4
d) 4,5 e) 5



PROBLEMA 35

RESOLUCIÓN

De la figura, $AB^2 + AC^2 - BC^2 = 16$, $AN = NC$. Calcule AP.



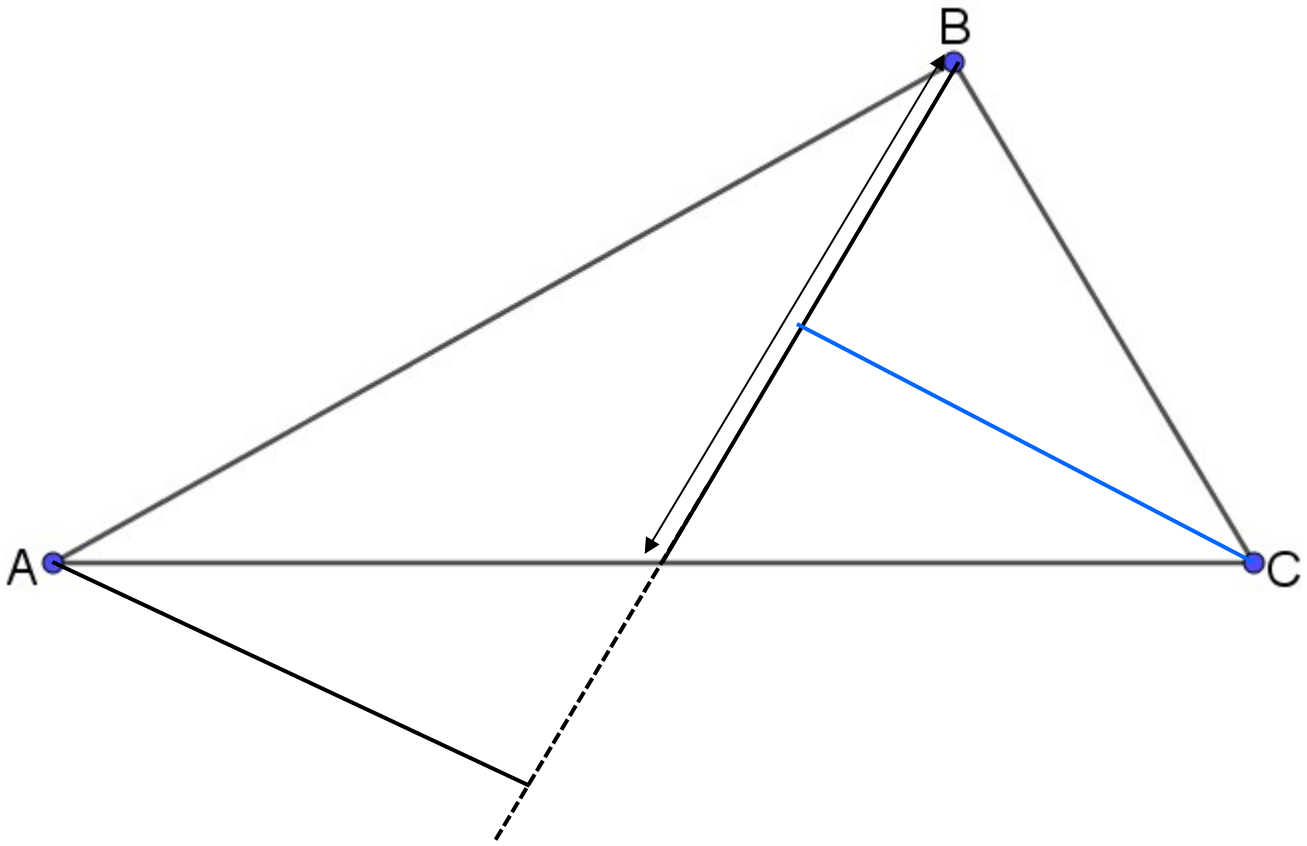
a) 2 b) 2,5 c) 3
d) 3,5 e) 4

PROBLEMA 36

RESOLUCIÓN

En un triángulo ABC, se traza la mediana BM ($\measuredangle$AMB es obtuso) y en el triángulo AMB se traza la altura AH, tal que BM = 2(MH), AH = 4 y BC = $2\sqrt{5}$. Calcule BM.

a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 6



Trilce

ACADEMIA

MEJOR PREPARACIÓN A MENOR PRECIO